CORRIGE BAC BLANC 2013 Terminale ES-L LYCEE DES ILES SOUS LE VENT

EXERCICE1 : 1°) On a $ln(\ exp(x)\ ) = x$ pour tout x réel donc **réponse b)** 2°) On $exp(\ ln(x)\ ) = x$ si $x > 0$ donc **réponse c)**

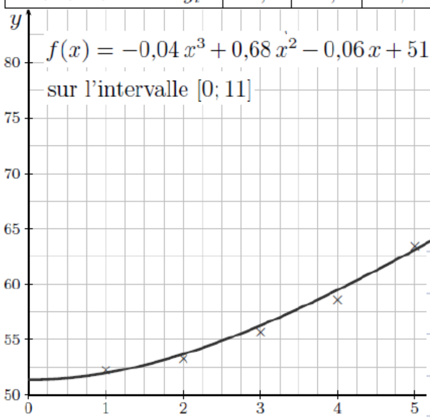
3°) p(« au moins une fois pile ») = 1 – p(« quatre fois face ») = $1 - (\frac{1}{2})^4 = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$ donc **réponse b)**
4°) On a $f(x) = 3\ e^{2x} - x + 1$ donc $f(0) = 3 - 0 + 1 = 4$ puis $f\ '(x) = 6\ e^{2x} - 1$ d'où $f'(0) = 6 - 1 = 5$
On a donc $T : y = f\ '(0)\ (x - 0) + f(0) = 5x + 4$ soit **réponse c)**

5°) $ln(\ 3 - x\ ) \leq 0 = ln\ 1 \Rightarrow 3 - x > 0$ et $3 - x \leq 1 \Rightarrow 2 \leq x < 3$ soit $x \in [\ 2\ ;\ 3\ [$ donc **réponse b)** avec 3 exclu.
6°) Une primitive de g: t -> te^{t^2} est G : t -> ½ e^{t^2} donc l'intégrale vaut G(x) – G(0) = ½ (e^{x^2} -1) **réponse d)**
7°) On a bien sûr $F(x) = ln(x) + k$ avec $F(1) = ln1 + k = -1$ donc $k = -1$ Ainsi : $F(x) = ln(x) - 1$ et donc $F(\ e) = 0$ **Rép d.**

8°) On a bien sûr $h\text{'}\ (x) = \frac{2}{x} - 1 = \frac{2-x}{x}$ donc **réponse a)**
9°) (u_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique ni décroissante, et on a u_4=362 donc **réponse a)**
10°) On a $ln\ (a^2+3a) = ln[\ a(a+3)] = ln(a) + ln(a+3)$ donc **réponse d)**

EXERCICE 2:

Année	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Taux d'endettement y_i	52,2	53,2	55,6	58,6	63,4	67,4	70,9	73,5	75,7	78,9



Partie A 1 a) Entre 2001 et 2006, le % est : 100(67,4 – 52,2)/52,2 ≈ 29,1 (%)

b) En 2009 : $f(9)$ = 76,78
c) Ecart : 100(76,78-75,7)/75,7 ≈ 1,43 %

2°) a) $f\ '(x) = -0{,}12x^2 + 1{,}36x - 0{,}06$
a = -0,12
b = 1,36
Et c = -0,06 donc Δ = 1,8208 > 0 d'où
X_1 = 11,289 et X_2 = 0,044291 à 10^{-6} près
X_1 n'appartient pas à [0 ;11]
Ainsi $f\ '(x) = -0{,}12\ (x - X_1)\ (x - X_2)$

D'où le tableau de variations de f sur [0: 11] :

x	0	X2	11
-0,12	-		-
(x-X1)	-	0	-
(x-X2)	-		+
$f\ '(x)$	-	0	+
f	51,4 ↘	f(X2)	↗ 79,78

Avec $f(X2)$ ≈51,39867

b) On a $f\ ''(x) = -\ 0{,}24x + 1{,}36$ qui s'annule en $x = \frac{1{,}36}{0{,}24} = \frac{136}{24} = \frac{17}{3} \approx 5{,}667$

Le signe de $f\ ''(x)$, et donc la concavité/convexité de f est alors

x	0	17/3	11
$f\ ''(x)$	+	0	-
donc f est	convexe		concave

c) On a vu que $f\ ''(x)$ s'annule en changeant de signe pour x = 17/3 donc Cf admet un point d'inflexion en x= 17/3
$T : y = f'\left(\frac{17}{3}\right)\left(x - \frac{17}{3}\right) + f\left(\frac{17}{3}\right)$ = avec $f'\left(\frac{17}{3}\right) = 569/150 \approx 3{,}793$ et $f\left(\frac{17}{3}\right) = \frac{88583}{1350} \approx 65{,}62$
On a alors $T : y = \frac{569}{150}x + \frac{29782}{675} \approx 3{,}793x + 44{,}12 \approx 3{,}79x + 44{,}1$

d) D'après l'étude de la concavité de f : T est en dessous de Cf sur $[\ 0\ ;\frac{17}{3}\ ]$ et au dessus sur $[\ \frac{17}{3}\ ;\ 11\ ]$

3°) Le rythme de croissance du taux d'endettement a commencé à diminuer quand la dérivée à commencer à décroître, donc quand $f\ ''(x)$ est devenue négative, donc pour le point d'inflexion en x = 17/3. C'est donc à partir de la fin 2005

Partie B 1°) Prenons $F(x) = -0{,}01x^4 + \frac{0{,}68}{3}x^3 - 0{,}03x^2 + 51{,}4x$. On a $F\ '(x) = f(x)$ donc F est une primitive de f sur [0 ; 11]
2°) On a alors I = $\int_0^{10} f(x)dx = F(10) - F(0) = \frac{1913}{3} - 0 = \frac{1913}{3} \approx 637{,}67$
3°) La valeur moyenne de f sur [0 ;10] est alors m = $\frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)dx = \frac{1}{10-0}\int_0^{10} f(x)dx = \frac{1}{10}\,\mathrm{I} = \frac{1913}{30} \approx 63{,}77$

EXERCICE3 : La courbe donnée dans l'énoncé est **celle de *f '*.**

a) L'équation $f'(x) = 0$ a clairement pour solution : $x = -2$.
On a ensuite : $f'(x) < 0$ sur [-2,5 ; -2] et positive après.
Donc *f* est décroissante sur [-2,5 ; -2] et croissante sur [-2 ; 4]

x	$-2,5$		-2		4
f'		$-$	0	$+$	
f		↘		↗	

b) D'après la courbe de *f '*, on voit que *f '* est croissante sur [-2,5 ; -1], a un maximum en -1, et est décroissante après.
Donc $f''(x)$ est positive sur [-2,5 ; -1], f'' s'annule en -1 ; et f'' devient négative sur [-1 ; 4]
c) La fonction *f* est donc convexe sur [-2,5 ; -1] et concave sur [-1 ; 4]
Et elle admet un point d'inflexion en $x = -1$ car f'' s'y annule en changeant de signe

x	$-2,5$		-1		4
$f''(x)$		$+$	0	$-$	
f'		↗		↘	
f		convexe		concave	

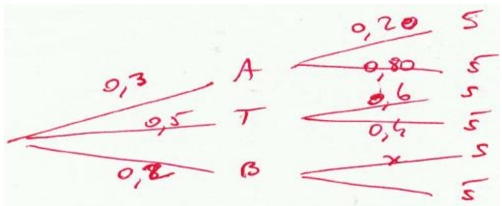
d) la courbe de l'énoncé étant celle de *f '* , $f''(0)$ n'est autre que le coefficient directeur de la droite T
En prenant les points A(0 ;1) et B(2 ;0) on obtient $f''(0) = (y_B - y_A)/(x_B - x_A) = -½$

2°) a) Cf admet un point d'inflexion en -1, donc $Cf = C_1$ b) Le 2[e] tableau ci-dessus donne le signe de $f''(x)$, donc $Cf'' = C_3$

b) On a vu que $f''(x)$ s'annule en changeant de signe pour $x = -1$ donc Cf a un point d'inflexion en -1 (voir 1°)c))
Graphiquement, on lit $f'(-1) = 1,3$ et $f(-1) = 0$ d'après C_1. D'où $T' : y = 1,3\,(x+1) + 0 = 1,3x + 1,3$

EXERCICE 4 : Les données (qui ne permettent pas de terminer tout de suite l'arbre), donnent directement p(S) = 0,4

1°) p(B) = 1 – (p(A) + p(T)) = 1 – (0,3 + 0,5) = 0,2
2°) a) A ∩ S = « le touriste a pris l'avion et est resté plus d'une semaine »
b) p(A ∩ S) = p(A) x p_A(S) = 0,3 x 0,2 = 0,06
p(T ∩ S) = p(T) x p_T(S) = 0,5 x 0,6 =0,3



3°) On a p(S) = 0,4 (énoncé) = p(A ∩ S) + p(*T* ∩ S) + p(B ∩ S) d'après la formule des probabilités totales (A,T,B = partition de Ω)
D'où 0,4 = 0,06 + 0,3 + p(B ∩ S) et donc p(B ∩ S) = 0,4 – (0,06 + 0,3) = 0,04

4°) On a immédiatement $p_S(B) = \frac{p(B\cap S)}{p(S)} = \frac{0,04}{0,4} = 0,1$

5°)Il s'agit d'une expérience de Bernoulli (succès p= p(S)=0,4 et échec q=0,6) , répétée n= 3 fois dans les mêmes conditions et de façon indépendante, donc le nombre X de succès suit une loi binomiale B(n,p)=B(3 ; 0,4)
Et on a p(X=1) = binomFdp(3 ; 0,4 ; 1) = 0,432

EXERCICE 3 (spé): **Partie A** : On doit avoir $f(-2) = 35$ donc : $a(-2)^3+b(-2)^2+c(-2)+d=35$ soit $-8a+4b-2c+d=35$
Et de même pour les autres points. Le quadruplet *(a ;b ;c ;d)* est donc finalement solution du système :

$$\begin{cases} -8a+4b-2c+d=35 \\ -a+b-c+d=7 \\ a+b+c+d=5 \\ 8a+4b+2c+d=7 \end{cases}$$

qui s'écrit matriciellement AX = B avec $A = \begin{pmatrix} -8 & 4 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 8 & 4 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ puis $X = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 35 \\ 7 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$

La calculatrice donne A^{-1} et puisque X= A^{-1} B , on obtient $a=-2$ $b= 5$ $c= 1$ et $d = 1$ donc $\boldsymbol{f(x) = -2x^3+5x^2+ x+1}$

Partie B. 1°) On utilise l'algorithme de Moore-Dijkstra

K	F	D	H	S	M	N	B
0	120/K	∝ -----------					∝
		∝	610/F	∝-----------			∝
				1260/H	1390/H	1210/H	∝
		1990/M					1890/S

Le plus court chemin est donc K-F-H-S-B avec 1890 km

2°) Il s'agit de trouver le nombre de chromatique K. Le sous graphe A,P,Q,E est complet d'ordre 4 donc K ≥ 4
Par ailleurs le degré maximal est celui de A avec 5 donc r = 5 et on a donc l'encadrement 4 ≤ K ≤ 6
Utilisons l'algorithme de Welsh Powell pour trouver une coloration du graphe.

A	P	Q	E	C	R	G
5	3	3	3	2	2	2
Rouge	bleu	vert	noir	bleu	rouge	vert

Finalement, on a utilisé 4 couleurs donc K= 4
b) Répartition : (A,R), (P,C), (G,Q) et (E) , avec donc 4 hôtels
Remarque : il y a d'autres colorations & répartitions possibles